

No	titre	3	4	5	6	7	8	9	10	Ar.	Alg.	Ge.	Lo.	Orig.
1	Sudoku	3											x	RZ
2	L'éventail de Julie	3	4							x				LO
3	La pesée des paquets	3	4							x			x	SR
4	Planche à recouvrir	3	4	5								x	x	LU
5	Les fleurs de Rosalie	3	4	5						x				PR
6	Triathlon		4	5						x				SR
7	Chacun à sa place		4	5	6							x	x	BB
8	Les souris en chocolat			5	6	7				x				PR
9	Des carrés empilés			5	6	7	8					x		BE
10	Les pots de bonbons			5	6	7	8	9	10		x			AO
11	La nappe				6	7	8	9	10	x	x	x		PR
12	La pièce de monnaie				6	7	8	9	10			x	x	LU
13	Le numéro de téléphone				6	7	8	9	10	x			x	PU
14	La prédiction					7	8	9	10	x				AO
15	Les manies des grands champions						8	9	10			x		TI
16	Cubes							9	10	x		x		CI

1. SUDOKU (Cat. 3)

Placez dans chaque case vide de ce tableau l'une de ces quatre lettres :

un **A** ou un **B** ou un **C** ou un **D**,

en respectant les règles suivantes :

Il doit y avoir les quatre lettres différentes

- dans chaque ligne,
- dans chaque colonne,
- dans chacun des quatre carrés de quatre cases (blanc ou gris).

A	B		
		C	
D		A	

Expliquez comment vous avez fait pour remplir les cases vides.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique, combinatoire (carré latin de type "sudoku" à compléter)

Analyse de la tâche

- Déterminer - en tenant compte des cases restantes dans les carrés - l'emplacement du « D » dans le carré supérieur gauche (2^e ligne, 2^e case) ou dans celui du bas à droite (3^e ligne, 4^e case), ou encore l'emplacement du « B » dans le carré inférieur gauche (3^e ligne 1^e case), ou encore celui du « A » en bas à gauche (2^e ligne 2^e case), ou encore celui du « C » dans le carré inférieur droit (4^e ligne, 2^e case)

Ou déterminer – par exclusion des autres lettres – l'emplacement du « D » dans le carré supérieur droit (1^e ligne, 3^e case).

- Procéder ainsi au fur et à mesure pour les autres colonnes, lignes et carrés de la grille.
- Vérifier que toutes les règles ont été respectées.

La solution, unique :

A	B	D	C
C	D	B	A
B	A	C	D
D	C	A	B

exemple de solution ne respectant pas la 3^e contrainte :

A	B	D	C
C	A	B	D
B	D	C	A
D	C	A	B

Attribution des points

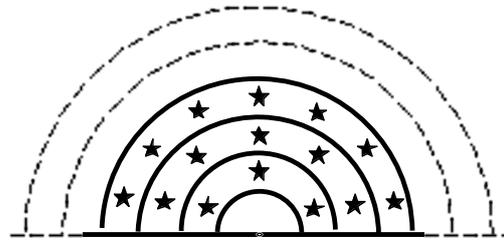
- 4 Toutes les lettres correctement placées avec explications (grilles intermédiaires, premières cases remplies, possibilités éliminées, ...)
- 3 Toutes les lettres correctement placées sans explication
- 2 Une solution respectant deux contraintes seulement (voir exemple)
- 1 Une solution ne respectant qu'une seule contrainte
- 0 Incompréhension du problème.

Niveau : 3

Origine : Rozzano

2. L'ÉVENTAIL DE JULIE (Cat. 3, 4)

Julie a un éventail construit avec 20 bandes en papier couleur. Elle désire l'embellir avec de petites étoiles. Sur la première bande, la plus petite, elle colle 3 étoiles ; sur la deuxième 5, sur la troisième 7. Elle continue en collant sur chaque bande deux étoiles de plus que sur la précédente, jusqu'à la dernière bande.



Combien de petites étoiles Julie va-t-elle coller sur la vingtième bande ?

Combien de petites étoiles doit-elle coller sur tout l'éventail ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition (progression arithmétique de raison 2 à partir de 3 et somme de ses 20 premiers termes)

Analyse de la tâche

- Comprendre la disposition des « bandes » de l'éventail et comment se prolonge le dessin (les bandes manquantes)
- Percevoir la progression arithmétique (de raison 2 à partir de 3) : 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; ...
- Déterminer son vingtième terme, par énumération en écrivant toute la progression : ...37 ; 39 ; 41
ou par calcul : $3 + (2 \times 19) = 41$
- Déterminer la somme des 20 termes : $3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 37 + 39 + 41 = 440$,
en les additionnant un à un en une seule addition,
ou en calculant les sommes partielles successives : $3 + 5 = 8$; $8 + 7 = 15$; $15 + 9 = 24$... $399 + 41 = 440$
ou en effectuant l'addition à la calculatrice,
toutes ces procédures exigeant un contrôle rigoureux des termes pris en compte.

Ou : Dessiner tout l'éventail (les 20 bandes) avec toutes les étoiles, puis compter celles de la dernière bande et celles de tout l'ensemble.

Attribution des points

- 4 Les 2 solutions correctes (41 et 440) avec explication de la démarche (liste des 20 termes, écriture des additions, ...)
- 3 Les 2 solutions correctes avec détails très partiels ou sans explications
- 2 Une seule erreur, par exemple pour la 20^e bande, avec total correspondant ou erreur dans le calcul de la somme
- 1 Deux ou trois erreurs de calcul
- 0 Plus de trois erreurs de calcul ou incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Lodi

3. LES PAQUETS DU PÈRE NOËL (Cat. 3, 4)

Le Père Noël prépare des paquets rouges, des paquets bleus et des paquets verts.

Chaque paquet rouge pèse 3 kilos.

Chaque paquet bleu pèse 5 kilos.

Chaque paquet vert pèse 8 kilos.

Le Père Noël met plusieurs paquets dans sa hotte. Il veut que les paquets pèsent, ensemble, exactement 25 kilos.

Quels types de paquets peut-il mettre ensemble dans sa hotte ?

Notez toutes vos solutions et expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : opérations dans \mathbb{N} (addition, multiplication : décomposition de 25 en sommes de termes 3, 5 et 8)
- Logique : arrangements ou combinaisons

Analyse de la tâche

- Faire des essais additifs avec 3, 5 et 8 en vue d'obtenir 25
- Examiner systématiquement comment obtenir 25 kg uniquement avec des paquets de même poids :
 - il n'y a qu'une solution : 5 paquets de 5 kg, car $5 \times 5 = 25$ alors que 25 n'est multiple ni de 3 ni de 8.
 - avec deux types de paquets pour obtenir 25 kg il y a deux solutions :
 - 5 paquets rouges de 3 kg, et 2 paquets bleus de 5 kg : $(5 \times 3) + (2 \times 5) = 25$.
 - 3 paquets rouges de 3 kg, et 2 paquets verts de 8kg : $(3 \times 3) + (2 \times 8) = 25$.
 - avec trois types de paquets, il n'y a qu'une seule solution :
 - 4 paquets rouges, 1 paquet bleu et 1 paquet vert $(4 \times 3) + (1 \times 5) + (1 \times 8) = 25$
- Organiser la recherche à l'aide d'un tableau ou d'une liste des multiples de 3, 5 et 8.

Attribution des points

- 4 Les quatre solutions (5 bl ; 5 r et 2 bl, 3 r et 2 v ; 4 r, 1 bl et 1 v) avec explications et/ou détails des calculs (On ne demande pas de justification de l'exhaustivité des quatre solutions)
- 3 Les quatre solutions sans explication
ou une seule erreur (absence d'une solution, combinaison erronée, répétition) avec explications et/ou détails
- 2 Trois solutions sans explication
ou deux erreurs (absence de 2 solutions, combinaisons erronées, répétitions) avec explications et/ou détails
- 1 Début de recherche correcte avec au moins une solution correcte expliquée
- 0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 3, 4

Origine : Suisse romande

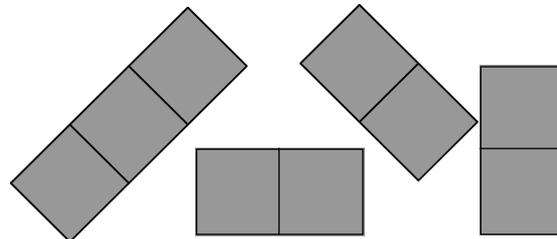
4. PLANCHE À RECOUVRIR (Cat. 3, 4, 5)

Zoé doit recouvrir complètement cette planche de 9 cases carrées :

A	B	C
D	E	F
G	H	I

Pour ce faire, elle dispose :

- d'une pièce recouvrant exactement 3 cases
- de trois pièces recouvrant chacune exactement 2 cases.



Comment Zoé peut-elle recouvrir complètement sa planche ? Indiquez toutes les possibilités. Expliquez votre démarche.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : pavage
- Logique : recherche ordonnée de combinaisons

Analyse de la tâche

- Entreprendre des essais, puis comprendre qu'il est préférable de commencer par placer la pièce couvrant 3 cases.
- Comprendre qu'on peut disposer les pièces soit horizontalement, soit verticalement, et que la grande pièce ne doit pas recouvrir la case centrale pour éliminer les dispositions où apparaissent des cases isolées.
- Procéder de façon systématique pour trouver toutes les manières possibles d'ajouter les petites pièces.
- En déduire les 12 solutions possibles et les noter au moyen des lettres des cases recouvertes, comme dans le tableau ci-dessous ou par des dessins.

(Exemple de présentation de la solution au moyen des lettres des cases où, dans la première colonne, on trouve les 3 variantes avec la grande pièce horizontale en haut, dans la deuxième la grande pièce horizontale en bas, ...)

ABC, DE, GH, FI	GHI, AB, DE, CF	ADG, BE, CF, HI	CFI, BE, AD, HG
ABC, EF, HI, DG	GHI, BC, EF, AD	ADG, EH, FI, BC	CFI, EH, DG, BA
ABC, DG, EH, FI	GHI, AD, BE, CF	ADG, BC, EF, HI	CFI, BA, ED, HG

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (12) avec présentation claire des cas possibles
- 3 Réponse correcte sans explication
ou oubli d'un type de solutions avec présentation claire des solutions énumérées ou plus de 12 solutions présentant des répétitions
- 2 Énumération de 6 à 9 solutions présentées sans démarche systématique
- 1 Moins de 6 solutions correctes
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 3, 4, 5

Origine : Luxembourg

5. LES FLEURS DE ROSALIE (Cat. 3, 4, 5)

Rosalie est fleuriste.

Aujourd'hui, elle compose un beau bouquet de tulipes de trois couleurs différentes : pour chaque tulipe rouge, elle met deux tulipes jaunes et trois tulipes blanches.

En tout, son bouquet comprend 48 tulipes.

Combien de tulipes rouges Rosalie met-elle dans son bouquet ?

Combien de tulipes jaunes Rosalie met-elle dans son bouquet ?

Combien de tulipes blanches Rosalie met-elle dans son bouquet ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations (décomposer 48 en une somme de 3 nombres dans des rapports de 1, 2 et 3)

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nombre de tulipes jaunes est le double de celui des tulipes rouges et que le nombre des tulipes blanches en est le triple.
- Imaginer que le bouquet peut se décomposer en petits bouquets comprenant six tulipes (1 rouge, 2 jaunes, 3 blanches) et qu'il y a 8 de ces petits bouquets ($48 : 6 = 8$), et donc qu'il y a 8 rouges, 16 jaunes et 24 blanches.

Ou : travailler à partir d'un dessin soit par groupements successifs jusqu'à obtention de 48 tulipes soit par "décomposition" du dessin de 48 tulipes ;

Ou : établir un tableau progressif (de proportionnalité) comme celui-ci :

Tulipes rouges	Tulipes jaunes	Tulipes blanches	Total
1	2	3	6
2	4	6	12
...
8	16	24	48

Attribution des points

- 4 Réponses correctes (8, 16, 24) avec justifications claires (dessin, tableau, opérations, ...)
- 3 Réponses correctes avec justifications incomplètes
- 2 Réponses correctes sans explications
- 1 Réponses erronées où le rapport 1 : 2 : 3 est respecté ou réponses erronées qui respectent la somme 48
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Parma

6. LE TRIATHLON (Cat. 4, 5)

Le triathlon comporte trois disciplines sportives :

- la natation ;
- le vélo ;
- la course à pied.

Jack s'est inscrit à un triathlon.

Il décide d'organiser son entraînement de la façon suivante :

- une heure de natation tous les cinq jours ;
- un circuit de 40 km à vélo tous les trois jours ;
- une heure de course à pied tous les quatre jours.

Le 1^{er} mai, il commence sa préparation en faisant une heure de natation.

Le 4 mai, il commence son entraînement de vélo.

Le 5 mai, il commence son entraînement de course à pied.

A quelle date Jack fera-t-il pour la première fois un entraînement des trois disciplines dans la même journée ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : comptage de 3 en 3, de 4 en 4 et de 5 en 5 (et connaissance du nombre de jours des mois)

Analyse de la tâche

- Établir une liste des jours du mois de mai, juin, ... y marquer les différentes activités et chercher la première date marquée trois fois : le 30 juin, en maîtrisant le « passage » du 31 mai (4 jours après le 29 mai, c'est le 2 juin, etc.)

Ou : Noter les dates des entraînements de chaque discipline, pour chaque mois et chercher la première coïncidence.

Par exemple :

	mai	juin
natation	1 6 11 16 21 26 31	5 10 15 20 25 30
vélo	4 7 10 13 16 19 22 25 28 31	3 6 9 12 15 18 21 24 27 30
course à pied	5 9 13 17 21 25 29	2 6 10 14 18 22 26 30

Ou (en catégorie 5 éventuellement) : Constater que, avec les dates données, il y aurait eu trois entraînements le 1 mai si les autres n'avaient pas été retardés. En déduire que 60 jours plus tard (plus petit multiple commun de 3, 4 et 5) les trois entraînements se dérouleront de nouveau le même jour. Trouver que le 30 juin est le 60^e jour après le 1 mai.

Attribution des points :

- 4 La réponse attendue (30 juin), expliquée par une liste dans laquelle se trouvent les suites des dates des trois activités ou par un autre type de relevé, ou encore par une recherche de multiples communs
- 3 La réponse attendue 30 juin, mal expliquée ou réponse bien expliquée, mais avec une erreur
- 2 Réponse correcte, sans explication
- 1 Début de recherche non aboutie
- 0 Incompréhension du problème

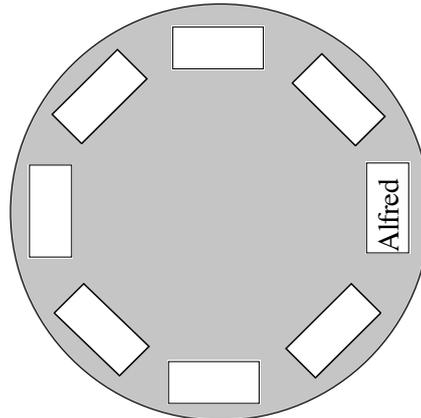
Niveaux : 4, 5

Origine : Siena et Suisse romande

7. CHACUN À SA PLACE (Cat. 4, 5, 6)

Alfred, Brice, Carla, Dany, Émile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche.
- Carla veut être assise entre Brice et Émile.
- Dany veut être à côté de Gina.
- Émile veut être juste en face d'Alfred.
- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.



**Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place.
Indiquez les étapes qui vous ont permis de placer toutes les personnes.**

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : positions relatives
- Logique : déduction

Analyse de la tâche

- Comprendre logiquement les contraintes en se mettant à la place de chaque enfant.
- Procéder par essais, en plaçant les étiquettes et en vérifiant ensuite si les contraintes sont respectées.
- Commencer par placer les personnages dont la position est sans équivoque : Émile et Henri.
- Placer ensuite les autres enfants à partir de ceux qui sont déjà placés par essais successifs ou par déductions, par exemple, si Carla - qui doit être à côté d'Émile - était à sa droite, Brice viendrait ensuite et il ne resterait qu'une place entre Brice et Alfred et deux places entre Émile et Henri ; on ne pourrait plus alors placer les trois derniers enfants : Gina entre Frédéric et Dany.

Carla est donc à gauche d'Émile, suivie de Brice et de Henri. Les trois places qui restent sont pour Gina, à droite de Frédéric et Dany à droite de Gina (et à gauche d'Alfred). Ce qui donne dans le sens des aiguilles d'une montre :

A, D, G, F, E, C, B, H.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (dans le sens des aiguilles d'une montre : A, D, G, F, E, C, B, H), avec explication sur la démarche
- 3 Réponse correcte, sans explication ou avec explication partielle, mais vérification explicite des contraintes
- 2 Réponse correcte, sans explication de la démarche ni vérification des contraintes ou réponse erronée, mais expliquée, où une consigne n'a pas été respectée
- 1 Réponse partiellement correcte (au moins 3 personnages bien placés) ou réponse « en miroir » A, H, B, C, E, F, G, D.
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 4, 5, 6

Origine : Bourg-en-Bresse

8. LES SOURIS EN CHOCOLAT (Cat. 5, 6, 7)

Max et André ont acheté chacun une boîte de 25 souris en chocolat. La boîte de Max coûte 40 euros et contient seulement des grandes souris. La boîte d'André coûte 30 euros et contient seulement des petites souris. Pour que chacun ait des souris de chaque sorte, Max donne 12 grandes souris à André et André donne 12 petites souris à Max.

Mais Max n'est pas satisfait car il estime qu'André lui doit encore quelque chose.

Combien de petites souris André doit-il encore donner à Max pour que les comptes soient justes ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : les quatre opérations et fractions

Analyse de la tâche

- Constater que si les nombres de souris de chacun restent les mêmes après les échanges (Max a 25 souris : 13 grandes et 12 petites; André a aussi 25 souris, 12 grandes et 13 petites), les échanges ne sont pas équitables pour les valeurs en euros.
- On peut calculer le prix unitaire des souris par des divisions par 25 (1,60 € les grandes et 1,20 € les petites) et en déduire la valeur des nouvelles boîtes : $13 \times 1,60 + 12 \times 1,20 = 35,20$ € pour celle de Max et $12 \times 1,60 + 13 \times 1,20 = 34,80$ € pour celle d'André. Ce dernier, dont la boîte initiale coûtait 30 €, doit donc 4,80 € à Max., ce qui représente 4 petites souris.

On peut aussi considérer la différence entre la valeur de la boîte de Max et celle d'André, qui est, en effet, douze fois la différence entre le prix d'une grande souris et le prix d'une petite souris : $1,60 - 1,20 = 0,40$. Une grande souris vaut 0,40 euro de plus qu'une petite souris. Donc, André doit $12 \times 0,40 = 4,80$ euros à Max.

- En déduire que André doit encore donner 4 petites souris supplémentaires à Max.

Ou : calculer la différence après le partage directement en « grandes souris » ou en « petites », sans déterminer leurs valeurs en euros : du rapport 30/40 on peut déduire qu'une « petite » vaut les 3/4 d'une « grande » ou que 3 « grandes » valent 4 « petites » et que 12 « grandes » valent 16 « petites ».

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (donner 4 petites) avec justification claire du procédé et/ou vérification par les valeurs monétaires
- 3 Réponse incomplète : André doit payer 4,80 € à Max, avec calculs détaillés
ou réponse correcte (donner 4 petites) avec justifications incomplètes
ou réponse (André doit rendre 3 grandes souris à Max), avec explications claires
- 2 Réponse correcte sans aucune justification
ou réponse "4,80€" avec justifications incomplètes
ou une seule erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement correct (par exemple, calcul du prix de chaque type de souris)
- 0 Incompréhension du problème

Catégorie : 5, 6, 7

Origine : Parma

9. DES CARRÉS EMPILÉS (Cat. 5, 6, 7, 8)

Huit carrés de 10 cm de côté, désignés par des lettres A, B, C, D, E, F, G et H, ont été collés dans un certain ordre, l'un après l'autre, sur un carton carré de 20 cm de côté.

A	A	A	A	B	B	B	B
A	A	A	A	B	B	B	B
A	A	E	E	E	E	C	C
A	A	E	E	E	E	C	C
G	G	E	E	E	E	D	D
G	G	E	E	E	E	D	D
F	F	F	F	H	H	D	D
F	F	F	F	H	H	D	D

Les voici dessinés :

**Retrouvez dans quel ordre les carrés ont été collés.
Expliquez votre démarche.**

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances

- Géométrie : positions relatives de carrés
- Logique : relation temporelle à reconstituer

Analyse de la tâche

- Constater que les huit carrés ne sont pas exactement superposés et qu'ils sont disposés bien précisément sur le grand carton : certains dans un angle (A, B, D, F), d'autres avec un seul côté commun avec le grand carré (C, G, H) et l'un d'entre eux au centre (E).
- Différentes démarches peuvent être envisagées pour déterminer l'ordre de leur placement, soit en partant du premier carré posé (méthode montante) soit en partant du dernier posé (méthode descendante). La décomposition de la plaque carrée en carrés plus petits peut aider à la résolution.

Pour la méthode montante, par essais successifs, trouver le premier carré et procéder de la même manière pour les carrés suivants.

Pour la méthode descendante, comprendre que le carré E est le premier à enlever puisqu'on le voit entièrement. Ensuite, comprendre que le carré A doit être enlevé puisqu'il apparaît entièrement lorsque E est retiré.

Ensuite, trouver des relations partielles dans la sériation : G est sur F (sinon la case G serait couverte par F), H est sur D (sinon la case H serait recouverte par D), C sur B, (sinon la case C serait recouverte par B), et aussi : D est sur C, F est sur H ... D'où l'ordre suivant pour empiler les carrés : B-C-D-H-F-G-A-E.

- Une autre démarche envisageable est de découper des carrés isométriques, de les distinguer (lettre, couleur...), de reconstituer le montage et ensuite de le démonter pour découvrir l'ordre de construction.

Attribution des points

- 4 L'ordre correct (B-C-D-H-F-G-A-E) avec explications
- 3 L'ordre inverse (E-A-G-F-H-D-C-B) avec explications
ou ordre correct sans explication
- 2 Ordre inverse sans explication
ou réponse avec une inversion mais avec explications
- 1 Plus d'une inversion
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Belgique

10. LES POTS DE BONBONS (Cat. 5, 6, 7, 8, 9, 10)

Dans un premier pot, Grand-mère met 6 bonbons à l'orange et 10 au citron.

Dans un deuxième pot, elle met 8 bonbons à l'orange et 14 au citron.

Les bonbons sont de même forme et enveloppés de la même façon.

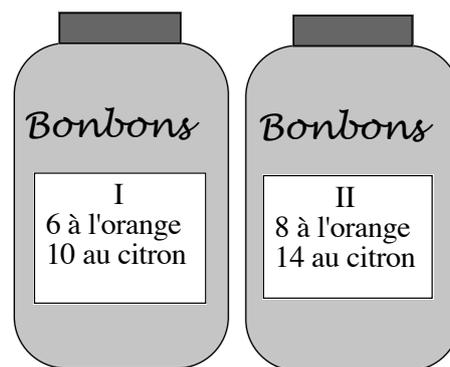
Comme Grand-mère sait que Julien n'aime pas le goût du citron, elle lui dit :

Tu peux prendre un bonbon. Je te laisse choisir le pot dans lequel tu pourras glisser ta main, sans regarder à l'intérieur.

Julien réfléchit bien et choisit enfin le pot où il pense avoir la meilleure chance de prendre un bonbon à l'orange.

À la place de Julien, quel pot auriez-vous choisi ?

Justifiez votre réponse en expliquant votre raisonnement.

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : rapport, proportion, idée de « probabilité »

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il ne suffit pas de choisir le pot qui a le plus de bonbons à l'orange ou le moins de bonbons au citron, mais qu'il faut aussi tenir compte des deux quantités simultanément, par un rapport de grandeurs.
- Déterminer, puis comparer, les rapports des nombres de bonbons à l'orange et au citron, au moyen de fractions (de même dénominateur ou numérateur) ou en divisant l'un par l'autre.

Ou : déterminer et comparer les rapports du nombre de bonbons à l'orange et le nombre total des bonbons de chaque pot.

Ou : planifier un raisonnement proportionnel du type : dans un pot de 6 / 10 on aurait les mêmes possibilités que dans un pot de 12 / 20, préparer une liste du genre :

I	Orange	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	...
	Citron	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	...
	Total	16	32	48	64	80	96	112	128	144	176	...
II	Orange	8	16	24	32	40	48	56	64	...		
	Citron	14	28	42	56	70	84	96	112	...		
	Total	22	44	66	88	110	132	154	176	...		

et constater que l'on peut comparer facilement $42 / 70$ et $40 / 70$ ou $60 / 176$ et $64 / 176$

ou bien $24 / 64$ et $24 / 66$ ou $48 / 128$ et $48 / 132$ pour en déduire que le choix du premier pot est le plus favorable au tirage d'un bonbon à l'orange.

Attribution des points

- 4 Bonne réponse (premier pot) et justification claire du procédé
- 3 Réponse correcte mais justification incomplète ou peu claire
- 2 Réponse correcte sans explications
ou faute de calcul et réponse cohérente, avec explications
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 5, 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Vallée d'Aoste

11. LA NAPPE (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Dans la salle à manger de Luc, il y a une table carrée avec des rallonges. Quand les rallonges sont sorties, la table devient rectangulaire et sa longueur est le double de sa largeur.

Une nappe placée sur la table rectangulaire retombe alors de 25 cm de chaque côté.

La même nappe placée sur la table carrée, retombe de 65 cm de chacun des deux côtés où les rallonges sont rentrées.

Quelles sont les dimensions de la nappe ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

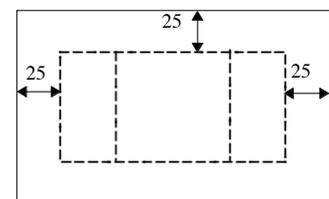
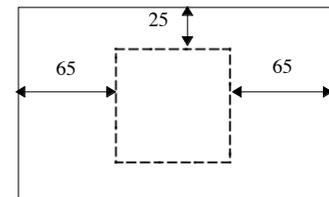
ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Géométrie : carré et rectangle
- Arithmétique : opérations avec les nombres naturels
- Algèbre : équations de premier degré

Analyse de la tâche

- Interpréter géométriquement la situation par des dessins du genre ci-contre : en se rendant compte que pour passer d'un carré à un rectangle dont la longueur est le double de la largeur, les rallonges doivent être deux « demi-carrés » (si elles sont égales, ce qui est habituel) ou former un carré (si elles n'étaient pas égales).
- Constater que la différence entre 65 et 25 correspond à une largeur de rallonge de 40 (ou que la différence globale entre 130 (2×65) et 50 (2×25) est 80 et correspond à l'allongement total dû aux rallonges. (mesures en cm)
- En déduire que le carré a un côté de 80, la table avec les rallonges a une longueur de 160, et que la nappe a des dimensions de 130 ($80 + 2 \times 25$) et 210 ($160 + 2 \times 25$) (mesures en cm).

Ou, sans passer par un dessin : se rendre compte que l'allongement total de 80 cm ($2 \times (65 - 25)$) correspond au côté du « carré ajouté » par les rallonges et donc du côté du carré de la « petite » table et en déduire les dimensions de la table ouverte, puis celles de la nappe.



Ou : par algèbre, en ayant désigné par x la mesure du côté de la table, en cm, on écrit l'équation $2x + 50 = x + 130$, qui a comme solution 80 ; on obtient ainsi les mesures des côtés de la nappe ($80 + 50 = 130$ et $160 + 50 = 210$).

Attribution des points

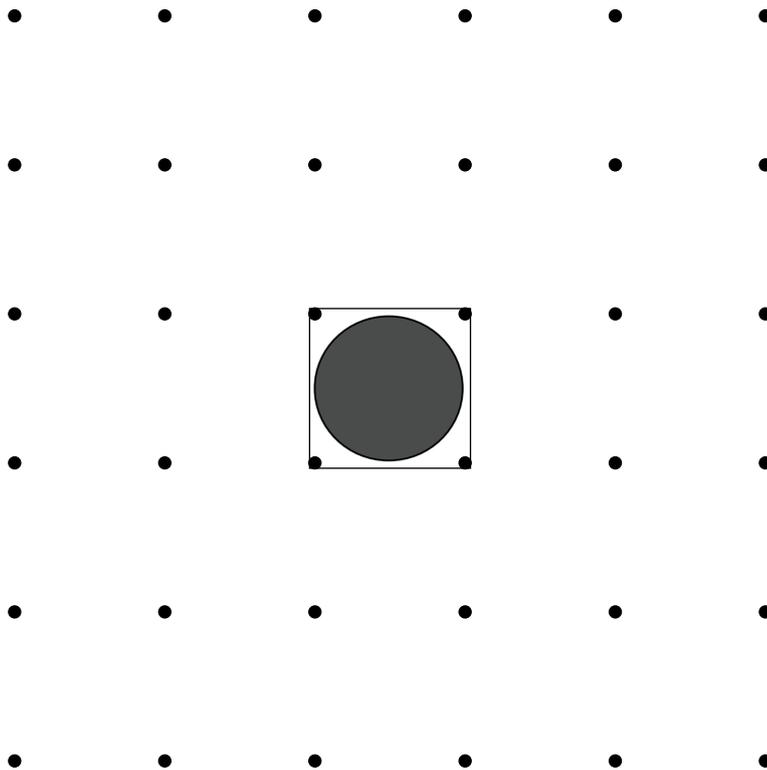
- 4 Bonne réponse (130 cm, 210 cm) et justification claire du procédé
- 3 Bonne réponse mais justification incomplète
- 2 Bonne réponse sans explication
ou une erreur dans les calculs mais explication correcte
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Parma

12. LA PIÈCE BIEN MÉRITÉE (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Au milieu d'une planche à clous, comme le montre cette figure, se trouve une pièce d'or.



Max et David utilisent des élastiques et essaient de former le plus possible de carrés qui enferment la pièce de monnaie sans toutefois la toucher. (Le plus petit de ces carrés est déjà dessiné). Celui qui arrive à former le plus de carrés gagnera la pièce d'or.

Max réussit à former 19 carrés, David en trouve 23, il gagne donc la pièce.

Pourriez-vous gagner contre David ? À votre avis, combien peut-on former de carrés ?

Indiquez les carrés que vous avez trouvés.

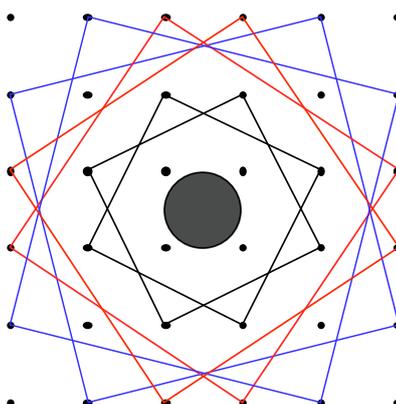
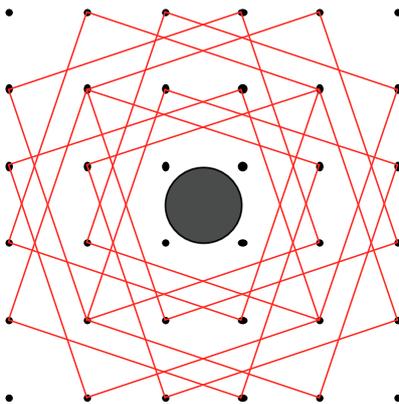
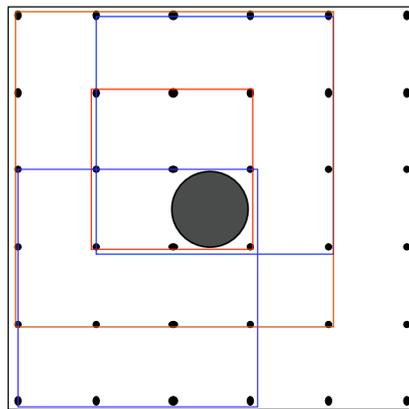
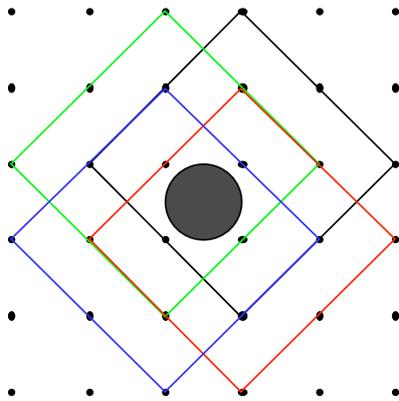
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : carré, isométries
- Logique : dénombrement systématique

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il existe des carrés dont les côtés sont parallèles aux côtés de la planche, qu'il y en a d'autres dont les côtés sont parallèles aux diagonales de la planche, et d'autres encore dont les côtés forment d'autres angles avec ceux de la planche.
 - Comprendre que ces carrés peuvent être de tailles différentes.
 - Procéder de façon systématique pour trouver toutes les solutions possibles :
 - 19 carrés dont les côtés sont parallèles aux côtés de la planche,
 - 4 carrés disposés en diagonale d'un carré (2:2),
 - 2 carrés disposés en diagonale d'un rectangle (2:1),
 - 8 carrés disposés en diagonale d'un rectangle (3:1),
 - 2 carrés disposés en diagonale d'un rectangle (4:1),
 - 2 carrés disposés en diagonale d'un rectangle (3:2),
- (Voir figures suivantes :)



Attribution des points

- 4 Réponse correcte (37) avec présentation claire des cas possibles
- 3 Présentation claire de toutes les catégories (voir ci-dessus) de carrés sauf une (par exemple les carrés disposés en diagonale d'un rectangle)
ou de 30 à 36 carrés clairement présentés (présence de toutes les catégories, mais oubli de quelques carrés.)
ou tous les carrés découverts, avec répétitions
- 2 Présentation des 23 carrés des deux premières catégories (19 et 4),
ou de 24 à 29 carrés
- 1 Présentation claire des 19 carrés de la première catégorie
- 0 Incompréhension du problème ou moins de 19 carrés trouvés

Niveau : 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Luxembourg

13. LE NUMÉRO DE TÉLÉPHONE (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Carla ne se rappelle plus le numéro de téléphone de son amie Ada et le demande à Giorgio, un ami commun. Giorgio s'amuse et lui donne quelques renseignements sur les 6 chiffres qui composent ce numéro de téléphone.

- le premier et le dernier chiffre sont identiques et représentent un nombre impair ;
- le troisième et le quatrième chiffre forment un nombre égal au tiers du nombre formé par les deux premiers chiffres,
- les trois derniers chiffres représentent trois nombres consécutifs, qui se suivent dans l'ordre croissant.

Selon les renseignements de Giorgio, quel peut être le numéro de téléphone d'Ada ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : numération, multiples de 3
- Logique : organisation de combinaisons de chiffres

Analyse de la tâche

- Comprendre que la recherche doit se concentrer sur les nombres de six chiffres de la forme 1 1 ; 3 3 ; ... ; 9 9
- Limiter le champ des combinaisons aux nombres dont les deux premiers chiffres forment un multiple de 3 et dont les 3^e et 4^e chiffres forment un nombre valant le tiers du précédent.
12 03 . 1 ; 15 05 . 1 ; 18 06 . 1 ; 30 10 . 3 ; **33 11 . 3** ; 36 12 . 3 ; 39 13 . 3 ; 51 17 . 5 ; 54 18 . 5 ; 57 19 . 5 ;
72 24 . 7 ; **75 25 . 7** ; 78 26 . 7 ; 90 30 . 9 ; 93 31 . 9 ; 96 32 . 9 ; 99 33 . 9
- Examiner les trois derniers chiffres et isoler les cas où ils peuvent former une progression de trois nombres consécutifs dans l'ordre croissant (où le quatrième vaut 2 de moins que le dernier). On en trouve deux (notés en gras dans l'énumération précédente)
- Déterminer alors les deux numéros possibles : 331123 et 752567

Attribution des points :

- 4 Les deux numéros possibles (331123 et 752567) avec une description de la démarche et de ses étapes
- 3 Les deux numéros possibles, avec explications insuffisantes
ou un seul numéro possible avec explications détaillées
ou l'un des numéros et un autre numéro avec explications détaillées mais une inattention dans l'interprétation d'une des consignes (comme 511765)
- 2 Les deux numéros possibles, sans aucune explication
ou un seul numéro avec explications insuffisantes
ou d'autres numéros avec inattention dans l'interprétation des consignes, mais démarche exhaustive
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème.

Niveau : 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Puglia

14. LA PRÉDICTION (Cat. 7, 8, 9, 10)

Marc propose le jeu suivant à son copain Luc :

- Choisir un nombre entier ;
- ajouter le nombre qui le suit immédiatement ;
- augmenter de 9 la somme précédente,
- diviser le résultat obtenu par 2 ;
- soustraire le nombre que tu as choisi au début.

Le résultat est 5, n'est-ce pas ?

Luc est étonné, pourtant cela n'a rien de magique ; il s'agit tout simplement de maths.

Pourquoi obtient-on toujours le même résultat quel que soit le nombre d'origine ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : suite d'opérations sur des nombres, puis sur une quantité exprimée verbalement
- Algèbre : expression d'un nombre « généralisable » et d'une suite d'opérations au moyen de lettres

Analyse de la tâche

- Remarquer les régularités au cours de nombreuses tentatives faites à partir de nombres différents.
- Comprendre qu'il vaut mieux indiquer le nombre envisagé par un terme général ou par une lettre.
- Traduire en symboles les instructions que Marc a données en se servant du calcul littéral ou en opérations de rhétorique (affirmations généralisables).
- Écrire l'expression correspondante ; par exemple : $(x + x + 1 + 9) : 2 - x$ puis la simplifier pour constater qu'elle est équivalente à 5 ; par exemple : $(2x + 10) : 2 - x = x + 5 - x = 5$

Ou : sans recours à l'algèbre, expliquer de manière rhétorique qu'ajouter à un « nombre choisi » le nombre suivant signifie obtenir « le double du nombre choisi plus un ». Ajouter encore 9 signifie obtenir « le double du nombre choisi plus 10 ». Diviser le tout par 2, revient à prendre la moitié du « double du nombre choisi plus 10 » et obtenir le « nombre choisi plus 5 ». En soustrayant le « nombre choisi », on obtient 5.

Attribution des points

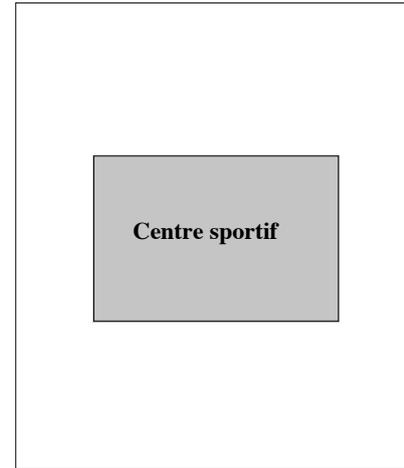
- 4 Réponse correcte accompagnée d'un calcul littéral ou par une équation ou par la description du raisonnement
- 3 Réponse correcte mais avec explications incomplètes
- 2 Réponse correcte sans explication
ou équation ou expression correcte mal résolue
- 1 Début de raisonnement (par exemple, vérifications sur des cas particuliers sans tentative de généralisation)
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : Vallée d'Aoste

15. LES MANIES DES GRANDS CHAMPIONS (Cat. 8, 9, 10)

Un célèbre champion olympique acheta un jour un grand terrain rectangulaire de 600 mètres de longueur et de 500 m de largeur. Il bâtit un centre sportif rectangulaire de 300 m sur 200 m, de même centre que le terrain, selon la figure ci-contre (la longueur du terrain est parallèle à la largeur du centre sportif) :



Comme il avait six enfants, il demanda dans son testament que le reste du terrain, autour du centre sportif, soit divisé en 6 parcelles de même forme et de mêmes dimensions et que le centre sportif soit accessible directement de chacune des 6 parcelles.

Dessinez les 6 parcelles et expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

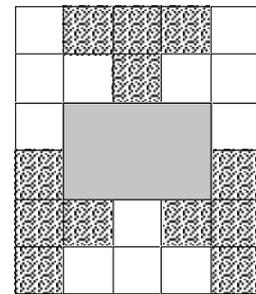
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : pavages, aire d'un rectangle

Analyse de la tâche

- Calculer l'aire de la surface à diviser, (en m²): $600 \times 500 - 300 \times 200 = 240\,000$ et trouver que l'aire de chaque parcelle devra être de $40\,000$ m².
- Par tentatives successives, se rendre compte que les deux rectangles donnés et les « largeurs » différentes des « bandes » qui entourent le rectangle intérieur imposent un découpage par des segments parallèles aux côtés existants sans « obliques ».
- Trouver que la partie à diviser est composée de $6 \times 4 = 24$ carrés de 100 m de côté. Les parcelles à trouver ont donc une étendue égale à celle de 4 de ces carrés.
- Analyser les formes qu'on peut construire avec 4 carrés et les ranger en les disposant autour du rectangle central en respectant la consigne : chaque parcelle doit être en contact direct avec le centre sportif. Constaté que la forme en T permet de résoudre convenablement le problème.



Attribution des points

- 4 Solution correcte et justification claire du procédé.
- 3 Solution correcte mais justification faible ou absente.
- 2 Solution qui ne respecte pas la consigne de l'accès direct au centre sportif (6 formes rectangulaires) ou bien l'emploi de deux formes différentes, avec la même surface, qui respecte la règle de l'accès au centre sportif.
ou calcul de l'aire d'une parcelle ($40\,000$ m²) sans aboutir à un découpage en parties isométriques
- 1 Début de raisonnement correct (par exemple : calcul de l'aire à partager seulement).
- 0 Incompréhension du problème

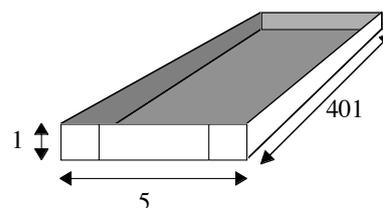
Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Ticino

16. LES CUBES DE L'ANNÉE (Cat. 9, 10)

Julie a une belle collection de petits cubes de bois de 1 cm d'arête.

L'an dernier, elle en avait 2005 et elle a construit une boîte, sans couvercle, pour les contenir tous, exactement. Mais la boîte la plus courte possible était très encombrante. Julie a utilisé un rectangle de carton, de 403 cm de longueur et 7 cm de largeur, pour pouvoir construire le fond et les parois de la boîte, par pliage, découpage et collage. (Voir la figure ci-contre)



Cette année Julie a ajouté un cube à sa collection. Elle doit donc construire une nouvelle boîte pour contenir exactement ses 2006 cubes de 1 cm d'arête. Elle espère pouvoir utiliser moins de carton que l'an dernier et ranger les cubes en couches superposées.

Quelles seront les dimensions de la nouvelle boîte, utilisant le moins de carton possible ?

Et quelles seront les dimensions du rectangle de carton que Julie devra utiliser pour la construire ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : décomposition de 2006 en produits de 3 facteurs
- Géométrie : volume du parallélépipède rectangle et surface

Analyse de la tâche

- Interpréter la figure, comprendre comment on peut construire une boîte à partir d'un rectangle de papier, vérifier si les dimensions données permettent effectivement de construire la boîte et de former un parallélépipède rectangle (brique) de 2005 cm³.
- Se demander quelles peuvent être les dimensions d'une brique de 2006 cm³, en nombres naturels et décomposer 2006 en facteurs : après $2006 \times 1 \times 1$, on trouve facilement $1003 \times 2 \times 1$
- Se demander si 1003 est premier ou décomposable et organiser la recherche : systématiquement en essayant de diviser ce nombre par les nombres naturels successifs ou, pour réduire les essais en se limitant aux nombres premiers inférieurs à $\sqrt{1003}$; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29 et 31 et constater que, parmi eux, 17 est le seul diviseur de 1003 : $1003 = 17 \times 59$
- En déduire que $2006 = 2 \times 17 \times 59$ est une troisième décomposition, la plus « économique » et que les dimensions de la boîte sont, en cm, 2, 17 et 59.
- Calculer finalement les dimensions de la feuille de papier : $59 + 2 \times 2 = 63$ et $17 + 2 \times 2 = 21$

Attribution des points

- 4 Les deux réponses justes (2, 17 et 59 ; 21 et 63) avec explications complètes
- 3 Les deux réponses justes (2, 17 et 59 ; 21 et 63) avec explications incomplètes ou la réponse (2, 17 et 59) et une erreur (inattention) dans la deuxième, avec explications complètes
- 2 La réponse (2, 17 et 59) uniquement avec explications ou la réponse (2, 1003 et 1) avec l'aire de la feuille rectangulaire correspondante (1005 et 4)
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 9, 10

Origine : C.I.