

No	Titre	3	4	5	6	7	8	9	10	Ar.	Alg.	Ge.	Lo.	Orig.
1.	Les pièces d'Émilie	3								x			x	SR
2.	Puzzle de quatre triangles (I)	3										x		CI
3.	Bicyclettes et tricycles	3	4							x				RZ
4.	La maison d'Élise	3	4							x			x	SI+PR
5.	Le classement	3	4	5									x	Ext+CI
6.	Chiffres rouges et chiffres noirs	4	5							x				RMR
7.	La boucle	4	5							x		x		CI
8.	Puzzle de quatre triangles (II)	4	5	6								x		CI
9.	Panneaux routiers		5	6						x		x		Ext+CI
10.	Garçon, l'addition !		5	6						x				PR
11.	Fouilles archéologiques		5	6	7					x		x		SI
12.	Les confitures			6	7	8				x				Gr.proport.
13.	Zéro perdant			6	7	8				x				Ext+CI
14.	Toujours 6 (I)			6	7	8				xx				CI
15.	Ruban adhésif					7	8	9	10			x	x	SS
16.	Les hexagones de René					7	8	9	10	x		x		BE
17.	Nombres impairs					7	8	9	10	x			x	SI
18.	RMT 2007						8	9	10	x		x		CI
19.	L'apéritif							9	10			x		PR
20.	Toujours 6 (II)							9	10	xx				CI
21.	Une rencontre virtuelle							9	10			xx		PR

**1. LES PIÈCES D'ÉMILIE** (Cat. 3)

Dans sa tirelire, Émilie n'a que des pièces de 5, 10, 20 ou 50 centimes. Elle en prend huit et remarque qu'elle a exactement 1 euro.

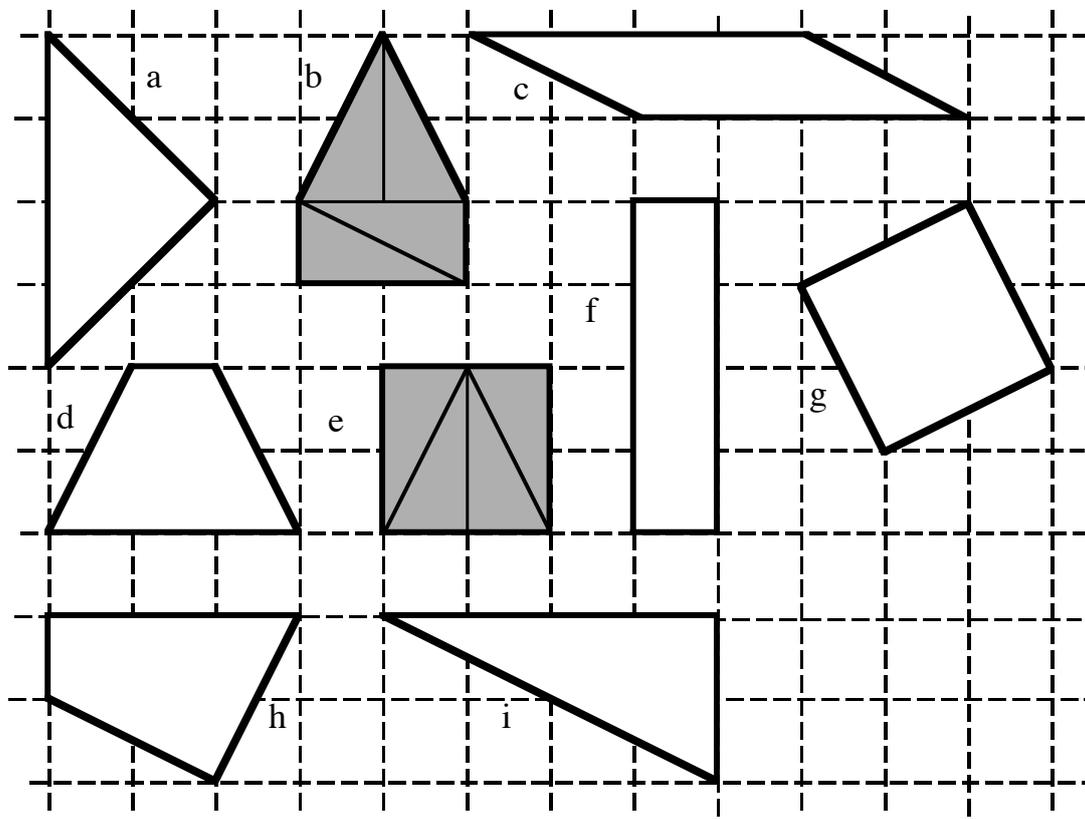
**Quelles sont les huit pièces qu'Émilie peut avoir prises dans sa tirelire ?**

**Écrivez toutes vos solutions.**

## 2. PUZZLE DE QUATRE TRIANGLES (I) (Cat 3)

Rosalie a de nombreux triangles de carton gris, tous égaux (de même forme et de même grandeur). Elle essaie de recouvrir entièrement chacune des figures dessinées ci-dessous, en utilisant à chaque fois 4 de ses triangles égaux.

Elle a déjà réussi à recouvrir la « maison » (b) et le carré (e) qui sont en gris et sur lesquels on voit bien les quatre triangles.



Rosalie pourra-t-elle recouvrir chacune des autres figures en utilisant toujours quatre triangles égaux ?

Pour chaque figure :

- si c'est possible, dessinez de façon précise les quatre triangles ;
- si c'est impossible, dites pourquoi ça ne va pas.

**3. BICYCLETTES ET TRICYCLES** (Cat. 3, 4)

Un jour de vacances, Laurent va trouver son ami Georges qui loue des bicyclettes pour adultes et des tricycles pour enfants.

Laurent regarde les bicyclettes et les tricycles et compte 17 roues.

**Combien de bicyclettes et combien de tricycles y a-t-il ?**

**Faites la liste des solutions possibles et expliquez votre raisonnement.**

**4. LA MAISON D'ÉLISE** (Cat. 3, 4)

Cinq amies, Alice, Blanche, Charlotte, Danièle et Élise habitent la même rue.

Leurs maisons se trouvent les unes à côté des autres, toutes du même côté de la rue.

Sur ce côté de la rue, les maisons portent toutes des numéros impairs : la première maison porte le numéro 1, la deuxième le numéro 3, la troisième le numéro 5 et ainsi de suite.

- Blanche habite au numéro 17.
- Charlotte habite la maison qui porte le numéro le plus grand.
- Charlotte n'habite pas à côté de chez Alice ni à côté de chez Danièle.
- Alice habite au numéro 21.

**Quel est le numéro de la maison d'Élise ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**5. LE CLASSEMENT** (Cat. 3, 4, 5)

Cinq amis, Jacques, Romain, Georges, Tony, et Valéry ont fait une course.

Voici quelques informations sur le classement de cette course :

- Jacques est arrivé avant Georges.
- Georges était entre Romain et Valéry à l'arrivée, il n'y avait personne d'autre entre eux.
- Romain n'est pas dans les trois premiers.
- Jacques et Valéry sont arrivés après Tony.

**Reconstituez le classement de ces cinq coureurs, du premier au dernier.**

**Expliquez comment vous avez trouvé.**

**6. CHIFFRES ROUGES ET CHIFFRES NOIRS** (Cat. 4, 5)

Julien a écrit chacun des nombres de 0 à 99 sur des billets en utilisant un stylo noir pour les chiffres « 1 », « 3 », « 5 », « 7 » et « 9 » et un stylo rouge pour les chiffres « 0 », « 2 », « 4 », « 6 » et « 8 ».

Il répartit les billets dans quatre boîtes sur lesquelles il écrit N, R, NR et RN :

- dans la boîte N, il met les nombres qui sont écrits entièrement en noir, comme 37 ou 7
- dans la boîte R, il met les nombres qui sont écrits entièrement en rouge, comme 6 ou 24
- dans la boîte NR, il met les nombres dont le chiffre des dizaines est noir et le chiffre des unités est rouge, comme 58
- et dans la boîte RN, il met les nombres qui restent, comme 85.

**Dans quelle boîte y aura-t-il le plus de nombres ?**

**Dans quelle boîte y aura-t-il le moins de nombres ?**

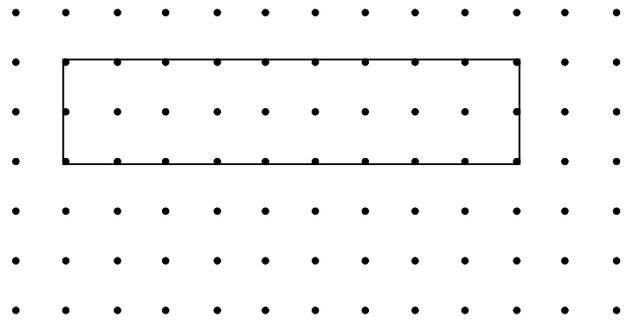
**Expliquez vos réponses.**

### 7. LA BOUCLE (Cat. 4, 5)

Archibald a tendu une boucle de ficelle sur une planche à clous rectangulaire.

Il constate que sa boucle :

- forme un rectangle dont les côtés sont parallèles à ceux de la planche,
- touche 22 clous,
- entoure 18 carrés entiers.



**Dessinez une boucle qui, comme la précédente :**

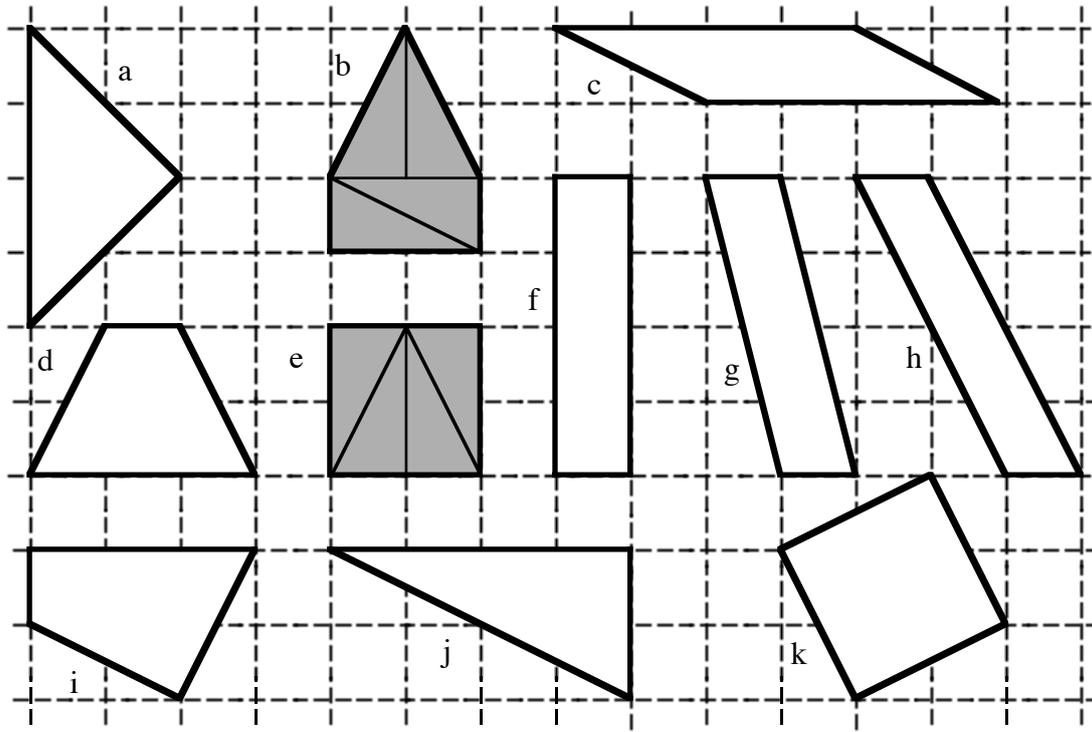
- **forme un rectangle dont les côtés sont parallèles à ceux de la planche**
- **touche toujours 22 clous**
- **mais entoure le plus grand nombre possible de carrés entiers.**

**Etes-vous sûrs d'avoir trouvé le rectangle qui contient le plus grand nombre de carrés.**

### 8. PUZZLE DE QUATRE TRIANGLES (II) (Cat. 4, 5, 6)

Rosalie a de nombreux triangles de carton gris, tous égaux (de même forme et de même grandeur). Elle essaie de recouvrir entièrement chacune des figures dessinées ci-dessous, en utilisant à chaque fois 4 de ses triangles égaux.

Elle a déjà réussi à recouvrir la « maison » (b) et le carré (e) qui sont en gris et sur lesquels on voit bien les quatre triangles.



Rosalie pourra-t-elle recouvrir chacune des autres figures en utilisant toujours quatre triangles égaux ?

Pour chaque figure :

- si c'est possible, dessinez de façon précise les quatre triangles ;
- si c'est impossible, dites pourquoi ça ne va pas.

**9. PANNEAUX ROUTIERS** (Cat. 5, 6)

Guillaume roule sur l'autoroute A1 de Transalpie qui va de Sudoku, au sud du pays, à Nordicus au nord du pays, en passant par la capitale, Transville.

Il vient de quitter Sudoku et passe devant un panneau qui indique :

<i>Transville 90 km</i> <i>Nordicus 270 km</i>
---

Guillaume se dit alors : *Tiens, une des distances est le tiers de l'autre !*

Un peu plus tard, avant d'arriver à Transville, Guillaume voit un nouveau panneau qui indique :

<i>Transville 25 km.</i>
--------------------------

**À quelle distance de Nordicus se trouve-t-il alors?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**10. GARÇON, L'ADDITION !** (Cat. 5, 6)

Dans un restaurant, Luc, Marie, Nathalie, Olivier et Patricia, demandent l'addition après avoir bien mangé. Les cinq amis doivent payer un total de 128 euros. Ils décident de partager ce montant en parts égales, mais pour ne pas faire attendre le serveur, chacun met 25 euros sur la table. Luc ajoute 1 euro et Olivier ajoute 2 euros.

Ils sortent du restaurant. Avant de se quitter, ils cherchent une manière d'équilibrer les comptes pour que tous aient payé la même somme.

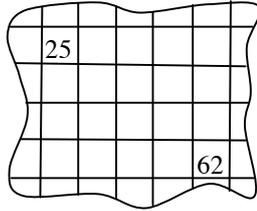
- Marie propose : «Je donne 1 euro à Luc. Nathalie et Patricia donnent chacune 1 euro à Olivier.»
- Nathalie propose : «Je donne 60 centimes à Luc. Marie et Patricia donnent chacune 60 centimes à Olivier.»
- Patricia affirme que la distribution ne serait pas correcte ni dans un cas, ni dans l'autre.

**Qui a raison ? Comment peuvent-ils faire pour se partager correctement le montant ?**

**Expliquez votre réponse.**

**11. FOUILLES ARCHÉOLOGIQUES** (Cat. 5, 6, 7)

Dans la tombe d'un ancien empereur de Transalpie, des archéologues ont retrouvé une partie d'une tablette sur laquelle tous les nombres sont illisibles sauf 25 et 62.



Les archéologues savent que, à cette époque, les tablettes de nombres étaient construites selon des règles bien précises :

- une tablette complète était un quadrillage carré (même nombre de lignes que de colonnes)
- on y écrivait la suite des nombres entiers 1, 2, 3, .... en commençant par 1 dans la première case en haut à gauche,
- les nombres se suivaient de gauche à droite et, lorsqu'une ligne était complète, on continuait dans la ligne au-dessous, toujours de gauche à droite,
- il y avait un nombre dans chaque case et, évidemment, le plus grand nombre se trouvait dans la case en bas à droite.

**Combien y avait-il de nombres dans cette tablette lorsqu'elle était complète?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**12. LES CONFITURES** (Cat 6, 7, 8)

C'est la récolte des cerises. Grand-mère prépare des confitures dans son énorme chaudron, pour sa famille et ses voisins.

Lundi, elle cuit 8 kg de cerises avec 5 kg de sucre.

Mardi, elle cuit 10 kg de cerises avec 7 kg de sucre.

Jeudi, jour de la plus grande récolte, elle cuit 16 kg de cerises avec 10 kg de sucre.

Samedi, fin de la récolte, elle cuit 5 kg de cerises avec 3 kg de sucre.

**Quel est le jour où elle a fait la confiture qui a le goût le plus sucré ?**

**Y a-t-il des jours où les confitures ont le « même goût » en sucre ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

**13. ZÉRO PERDANT** (Cat 6, 7, 8)

Un commerçant a vendu un article dont le prix en euros est un nombre entier de trois chiffres comportant un « 0 ».

En établissant la facture, il commet une erreur et ne frappe que les deux chiffres différents de « 0 », dans le bon ordre cependant. Il envoie donc cette facture avec un prix qui est un nombre de deux chiffres.

Lorsque le client paie la facture, le commerçant s'aperçoit de son erreur et se dit : *Mauvaise affaire, j'ai perdu 441 euros en oubliant ce maudit « 0 ».*

**Quel était le prix de l'objet ?**

**Expliquez comment vous l'avez trouvé.**

**14. TOUJOURS 6 (I)** (Cat. 6, 7, 8)

Toto s'apprête à effectuer la multiplication  $7,5 \times 0,8$  sur sa calculatrice. Avant de presser la touche « = » il se dit :

*Je vais voir apparaître un nombre de deux chiffres après la virgule car ma grand-mère m'a dit que si on multiplie deux nombres qui ont chacun un chiffre après la virgule, on obtient un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule.*

Toto presse alors la touche « = » et, surprise, c'est le nombre 6 qui apparaît !

Il vérifie avec d'autres calculatrices et chaque fois il trouve que  $7,5 \times 0,8 = 6$ .

Il se demande alors s'il y a d'autres couples de nombres que 7,5 et 0,8 qui ont aussi chacun un chiffre après la virgule, et dont le produit est 6.

**Et vous, qu'en pensez-vous ? Combien y a-t-il de couples de nombres décimaux ayant chacun un chiffre après la virgule dont le produit est 6 ?**

**Écrivez tous ces couples et dites comment vous les avez trouvés.**

### 15. RUBAN ADHÉSIF (Cat. 7, 8, 9, 10)

Le couvercle d'une boîte de carton a 24 cm de longueur, 18 cm de largeur et une hauteur de 2 cm. Jacques désire le renforcer avec des bandes de papier adhésif de 4 cm de largeur qu'il peut choisir parmi 10 modèles de bandes, notées de A à J. (voir figure 2)

Pour que son travail se présente bien, il ne veut pas que les bandes se superposent, mais qu'elles recouvrent entièrement une largeur de 2 cm de chaque côté des quatre arêtes supérieures. (Voir figure 1)

**Trouvez toutes les manières possibles de recouvrir le couvercle avec quatre bandes (il peut y avoir deux bandes de même modèle).**

**Pour chaque ensemble trouvé de quatre bandes, indiquez une manière (une seule) de les placer sur le couvercle dans l'ordre (1, 2, 3, 4) indiqué sur la figure 1.**

Par exemple : C, F, E, G (ou E, G, F, C), mais pas C, G, E, F (ou E, F, C, G) car on verrait les faces autocollantes de F et G !

Figure 1 : la boîte et son couvercle, avec, en gris, la partie à recouvrir par les quatre bandes 1, 2, 3, 4

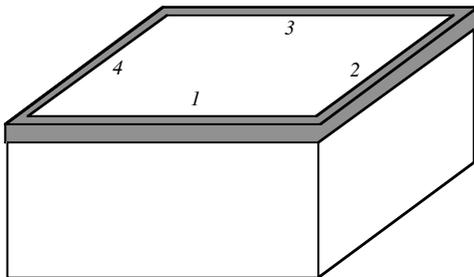
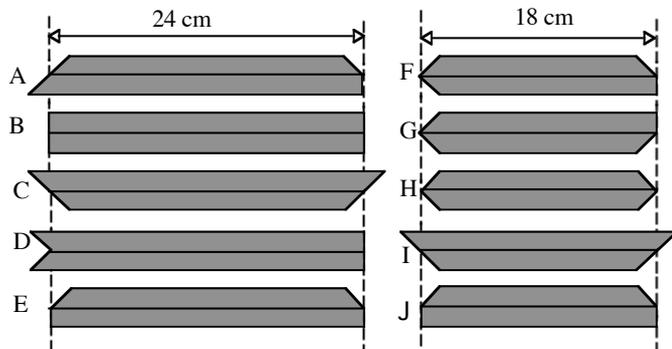


Figure 2 : les dix modèles de bandes à disposition, avec leur face visible en gris ; l'autre face, dessous, est autocollante

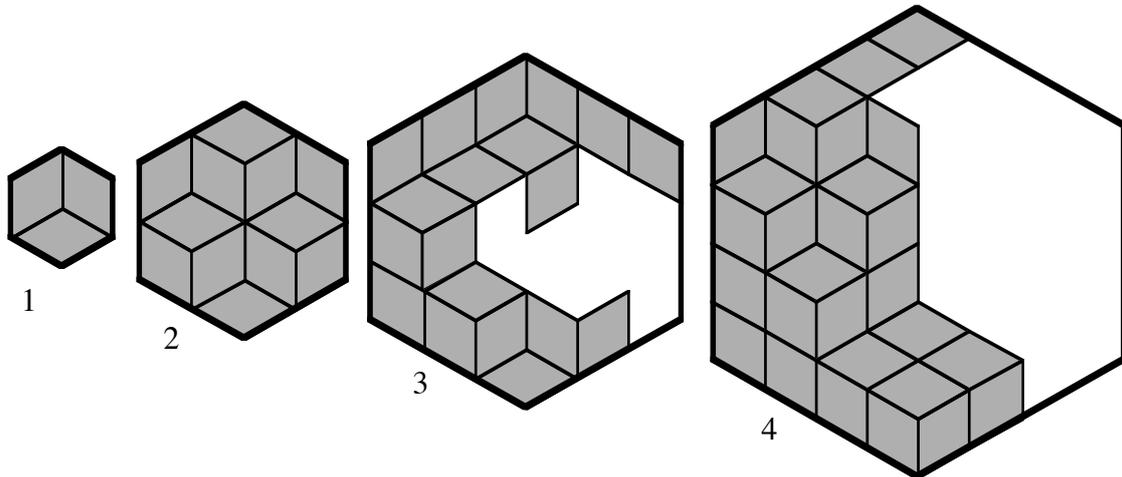


**16. LES HEXAGONES DE RENÉ.** (Cat. 7, 8, 9, 10)

René a un jeu de pavés constitué de très nombreux losanges égaux avec deux angles de 60 degrés. Avec ses pièces René construit des hexagones réguliers.

Pour construire l'hexagone le plus petit (de taille 1), il utilise trois losanges. Pour construire le suivant (de taille 2), il en utilise 12. Ainsi de suite ...

Sur cette figure, on voit les hexagones de tailles 1 et 2 complétés dans une certaine disposition des losanges, ainsi que le début de la construction des hexagones de tailles 3 et 4.



**Combien de losanges René utilisera-t-il pour construire l'hexagone de taille 12 ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé.**

**17. NOMBRES IMPAIRS** (Cat. 7, 8, 9, 10)

Monsieur Othello se passionne pour les nombres entiers, et plus particulièrement pour les nombres impairs. D'ailleurs, son nombre préféré est 95.

Pour son anniversaire, sa femme Desdémone lui a offert cinq plaquettes carrées en or sur lesquelles elle a fait graver des chiffres :



Monsieur Othello remarque que chaque fois qu'il dispose les cinq plaquettes sur une ligne, il peut lire un nombre inférieur à 100 000 mais supérieur à 1 000.

L'intérêt que Monsieur Othello porte aux nombres impairs ne se fait pas attendre et il se demande :

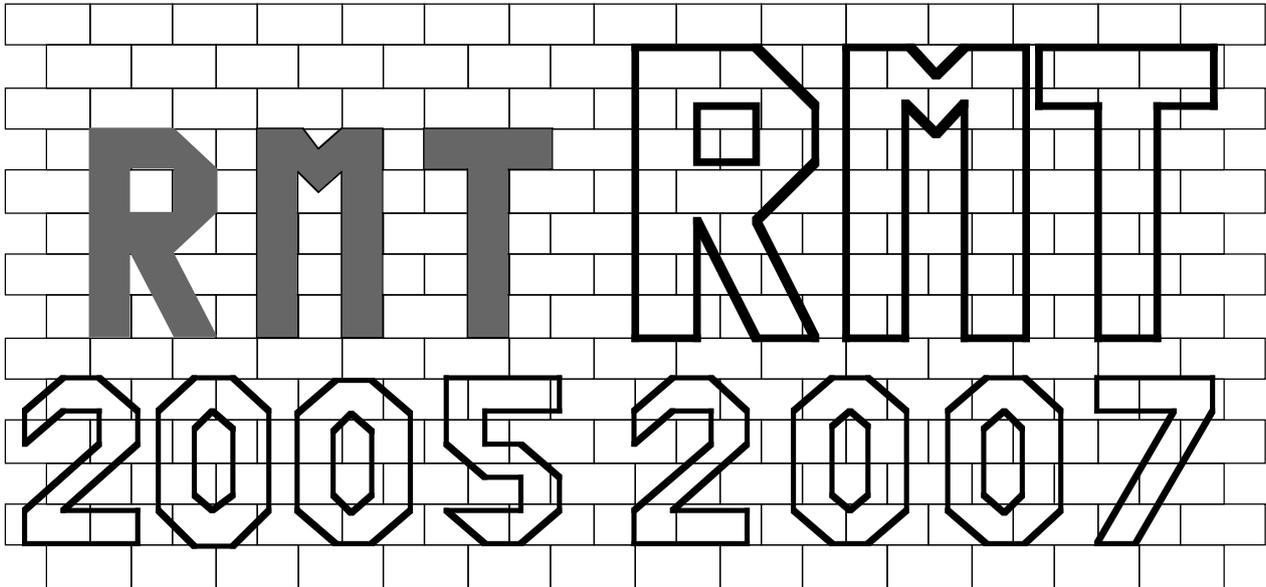
- *Combien de nombres impairs, supérieurs à 9 500 et inférieurs à 95 000, est-il possible de former avec mes cinq plaquettes ?*

**Aidez Monsieur Othello à répondre à cette question et justifiez votre réponse.**

**18. RMT 2007** (Cat. 8, 9, 10)

Il y a deux ans, les élèves du « Collège de Transalpie » avaient peint l'inscription « RMT 2005 » sur un mur de leur école, en l'honneur de la finale du Rallye mathématique transalpin qui se déroulait dans leur établissement.

Cette année, c'est le même collège qui accueille la finale et les élèves ont décidé de peindre une nouvelle inscription « RMT 2007 » à côté de l'ancienne, avec les trois lettres RMT de même forme mais plus grandes, sur 7 rangs de briques au lieu de 5 rangs.



En 2005, ils avaient utilisé 16 boîtes de peinture pour peindre les trois lettres RMT en gris. Ils se demandent combien ils vont en utiliser cette année.

Julie dit : « *Les nouvelles lettres ont 2 briques de plus, en hauteur, que les anciennes ; on utilisera donc 18 boîtes : 2 de plus que 16.* »

Robert dit : « *Non, il ne faut pas faire une addition, mais une multiplication, qui fait passer de 5 à 7.* »

Ursula dit : « *Ça ne suffira pas. On voit bien que les nouvelles lettres sont aussi plus larges. Il faudra le double de peinture : 32 boîtes.* »

Jacques : « *Il suffit de compter les briques.* »

Hélène : « *Mais ça ne tombera pas juste.* »

**Selon-vous, combien de boîtes de peinture grise au minimum faudra-t-il acheter pour les trois nouvelles lettres RMT ?**

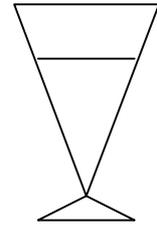
**Expliquez comment vous avez trouvé.**

**19. L'APÉRITIF** (Cat. 9, 10)

Paul et Françoise sont confortablement installés au bar du Petit Pêcheur. Le verre, que le patron pose devant Paul, a la forme d'un cône. Il est rempli à ras bord.

Tout en écoutant son amie Françoise, Paul savoure son jus d'orange.

Après une minute, Françoise remarque que le niveau du liquide contenu dans le verre de Paul a baissé d'un tiers.



**En supposant que Paul continue de boire son verre au même rythme, après combien de secondes celui-ci sera-t-il vide ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**20. TOUJOURS 6 (II)** (Cat. 9, 10)

Toto s'apprête à effectuer la multiplication  $7,5 \times 0,8$  sur sa calculatrice. Avant de presser la touche « = » il se dit :

*Je vais voir apparaître un nombre de deux chiffres après la virgule car ma grand-mère m'a dit que si on multiplie deux nombres qui ont chacun un chiffre après la virgule, on obtient un nombre qui s'écrit avec deux chiffres après la virgule.*

Toto presse alors la touche « = » et, surprise, c'est le nombre 6 qui apparaît !

Il vérifie avec d'autres calculatrices et chaque fois il trouve que  $7,5 \times 0,8 = 6$ .

Il se demande alors s'il y a d'autres couples de nombres que 7,5 et 0,8 qui ont aussi chacun un chiffre après la virgule et dont le produit est 6.

**Et vous, qu'en pensez-vous ? Combien y a-t-il de couples de nombres décimaux ayant chacun un chiffre après la virgule dont le produit est 6 ?**

**Et combien y a-t-il de couples de nombres décimaux ayant chacun deux chiffres après la virgule dont le produit est 6 ?**

**Écrivez tous ces couples et dites comment vous les avez trouvés.**

**21. UNE RENCONTRE VIRTUELLE** (Cat. 9, 10)

Alain, Bob et Charles habitent très loin les uns des autres et, de temps en temps, échangent des informations par Internet. Ils découvrent ainsi que les villes où vivent Bob et Charles se trouvent sur le même méridien : celle de Charles à  $30^\circ$  sous l'Équateur et celle de Bob à  $60^\circ$  au-dessus de l'Équateur. Les villes de Bob et d'Alain se situent sur le même parallèle mais en des points diamétralement opposés.

**D'après vous, quel arc est le plus long : l'arc de méridien qui va de Bob à Charles ou l'arc de parallèle qui va de Bob à Alain?**

**Expliquez votre raisonnement.**