Semaine des Mathématiques

Du 17 au 21 mars 2014
Document d'accompagnement

1. Légions romaines *(Nombres et calculs)*

Domaine : Nombres et calculs

Objectif(s) possible(s) : résoudre un problème engageant une démarche à une ou plusieurs étapes.

Texte de l'énigme :

> Le centurion commande moins de cent légionnaires.
>
> Il ordonne à ses légionnaires : « Rangez-vous par 4 ! »
> Les soldats s'exécutent, mais le dernier rang est incomplet : il ne compte que 3 soldats.
>
> « Mettez-vous par 5 ! », hurle alors le centurion ; mais au dernier rang, incomplet, on compte de nouveau 3 soldats.
>
> « Eh bien, rangez-vous par 7 ! », finit-il par crier.
>
> Tous les rangs sont alors complets.
>
> **Combien de légionnaires y a-t-il ?**
> **Expliquez votre démarche pour trouver la réponse.**

Matériel : énigme projetée ou écrite au tableau et des feuilles réponses pour les différents groupes (si travail de groupe)

Démarche possible :

L'enseignant ne doit donner aucune indication de compréhension numérique, seule une explication de vocabulaire peut être explicitée, en particulier "centurion". Pour relancer l'activité, il est possible d'utiliser la calculatrice. Les affiches des différents groupes sont présentées en même temps au tableau ce qui ouvrira de nombreuses discussions.

Solutions possibles :

Il faut rechercher un nombre qui soit multiple de 7 mais pas multiple de 4 ni de 5. Il faut aussi qu'il ait un écart de 3 avec le multiple de 5 juste inférieur et également un écart de 3 avec le multiple de 4 juste inférieur. Ce qui revient à dire qu'il faut chercher un multiple de 7 qui ait un écart de 3 avec le multiple de 20 juste inférieur. Il est possible de chercher par essais/erreurs ou alors de repérer tous les multiples de 7 inférieur à 100 et ensuite d'éliminer ceux qui ne vérifient pas les conditions.

Le nombre de légionnaires est de 63. Ce nombre est bien un multiple de 7, il n'est ni un multiple de 4 ni un multiple de 5. C'est le seul. Pour en être sûre il suffit de repérer le multiple de 7 juste supérieur à tous les multiples de 20 inférieur à 100 (20, 40, 60). On trouve alors 21, 42, 63, 84. Le seul nombre qui vérifie les conditions est bien 63.

Ce nombre répond à toutes les conditions posées dans le problème :

63 = (4 x 15) + 3 63 = (5 x 12) + 3 63 = 9 x 7 63 < 100

2. Le Matoutou *(Grandeurs et mesures)*

Niveau : CM2
Domaine : grandeurs et mesures
Objectifs :
- Utiliser des unités de mesure de quantité, de mesure de longueur
- Résoudre des problèmes dont la résolution implique des changements d'unités

Contexte culturel :
En Martinique, pour Pâques, ce ne sont pas les œufs en chocolat que l'on cherche, mais les crabes. Plusieurs semaines avant la fête, les chasseurs se retrouvent dans la mangrove pour attraper les crabes de terre. Attrapés à l'aide de « crabières », les crustacés sont ensuite nourris d'herbes, de pain mouillé, de mangues et de feuilles de piment pour qu'ils soient gras à souhait. Ils servent à faire un plat traditionnel : le matoutou crabe.

Crabe de terre

Le crabe de terre commun (Cardisoma guanhumi de la famille des Gecarcinidae), est un crabe terrestre mais qui reste dépendant de l'eau (il respire par des branchies) et qui vit à proximité des milieux humides, côtes, mangroves, berges des cours d'eau ou marécages. Il creuse un terrier, parfait gîte à moustiques par ailleurs, assez profond pour trouver l'eau.
Il est plutôt actif la nuit mais peut se voir au bord de son trou dans la journée, à effectuer de menus travaux de terrassement.
Il se nourrit principalement de végétaux, feuilles, fruits mais est aussi très charognard et se régale de cadavres et détritus divers. De toute façon, compte tenu de son habitat et de son mode de vie, il y a de fortes chances qu'il soit bourré de chloredécone. Bon appétit !
Les larves sont aquatiques et à l'époque de la ponte, les femelles, la poche ventrale pleine d'œufs, gagnent la mer pour y déposer les œufs. C'est souvent à cette époque que tu les rencontres sous ta terrasse ou dans ton salon.
Le crabe fait l'objet d'une chasse intensive et d'un commerce hautement lucratif dans les semaines qui précèdent les fêtes de Pâques auxquelles il est traditionnellement associé. Il est alors consommé sur la plage, à l'occasion du premier bain de l'année, sous forme de matoutou-crabe ou de sauce-crabe épi diri.
Sa chasse est réglementée et autorisée du 15 février au 15 juillet pour les crabes d'une largeur de carapace supérieure à 7 cm. Il est normalement capturé à l'aide de pièges en bois, les crabières, mais aussi à la main, de nuit, au serbi. Certains petits malins ont aussi expérimenté le baygon ... Après sa capture, il est mis en caloge (cages) où il est nourri de mélanges végétaux dont chacun a la bonne recette, pour en nettoyer et affiner la chair. Ce n'est qu'après cette étape qu'il est consommable, enfin pour ceux qui aiment ça.


Semaine des Mathématiques
Du 17 au 21 mars 2014
Document d'accompagnement

Texte de l'énigme :

Le Matoutou *(Grandeurs et mesures)*
D'après une énigme proposée en Martinique en 2013

Ti Jean est chargé de capturer des crabes de terre pour les fêtes de Pâques, mais il ne veut pas tous les nourrir.
Ti Jean en nourrit les trois quarts. Ti Carole et Ti Lucien se partagent équitablement le reste.
Seuls les crabes d'une largeur de carapace supérieure à 7 cm peuvent être capturés.
Pour nourrir leurs crabes les enfants s'occupent chacun de leur cage. Ti Carole décide d'aligner les siens les uns à côté des autres dans sa cage pour que chacun ait sa dose de nourriture.

Pour faire la fameuse recette du matoutou, Ti Lucien prépare tous les ingrédients. Il utilise les 12 crabes qu'il a nourris. La recette indique qu'il faut de la poudre de Colombo. Il en a 10 grammes. Il sait qu'il en faut 7 grammes pour 1kg de crabes et que 8 crabes pèsent un kilogramme.

Combien Ti-Jean aurait-il dû capturer de crabes supplémentaires pour prétendre en avoir attrapés une petite grosse? (une petite grosse c'est douze douzaines)

Les crabes de Ti-Carole auront-ils assez de place dans sa cage qui mesure 2 mètres de long ?

Ti-Lucien aura-t-il assez de poudre de Colombo ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Matériel :
- contexte à présenter
- Enigme projetée ou écrite au tableau
- Fiche élève

Déroulement :
L'enseignant se reportera aux préconisations de la fiche guide générale.

Commentaires :
La situation incite les élèves à s'interroger sur les mesures de quantité (douzaine, petite grosse,) et sur les mesures de longueurs et de masses

Eléments de solution pour l'enseignant :
Ti Lucien attrape 12 crabes. Ti Lucien et Ti Carole, ensemble en attrape donc 24.
24 = ¼ du tout donc le total de crabes capturés est 4x24 = 96
Ti Jean en nourrit les ¾ soit 72.
Une petite grosse c'est douze douzaines donc 144
144 – 72 = 72 Ti jean aurait du ramasser deux fois plus de crabes pour prétendre en avoir attrapés un petite grosse.

Les crabes de Ti-Carole les uns à côté des autres occupent au minimum 7 x 24= 168 cm ou 1m68. La cage est assez grande
Pour 12 crabes il faut 12 x 7/8 de poudre de colombo soit 10,5 g or il n'en a que 10g.

3. Un bassin pas si romantique *(Géométrie)*

Domaine : Géométrie

Objectif(s) possibles :

- ✓ Savoir s'organiser et coopérer dans un groupe pour résoudre un problème.
- ✓ Elaborer et exécuter une procédure par essais-erreurs afin de résoudre un problème de géométrie en s'appuyant notamment sur le tracé à main levée.
- ✓ Apprécier et justifier la vraisemblance de son résultat.
- ✓ Formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement.
- ✓ Proposer des conjectures et les vérifier et savoir les utiliser.
- ✓ Savoir décomposer une figure en figures simples.

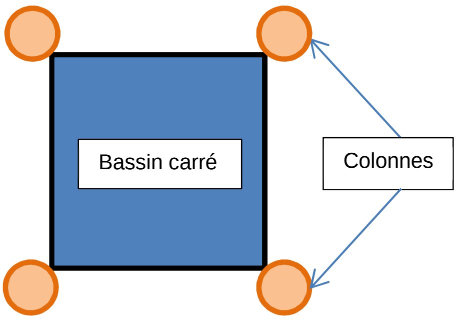
Texte de l'énigme :

Juliette demande à son mari d'agrandir le bassin de son atrium tétrastyle datant de la Rome antique (cour intérieure contenant un bassin en son centre et dont le toit est supporté par quatre colonnes).

Elle souhaite avoir le plus grand bassin carré possible dans son atrium.
Les colonnes ne peuvent évidemment être ni déplacées, ni enlevées, ni immergées dans le bassin.

Pour faire plaisir à son épouse, Roméo est prêt à tout et commence sa réflexion à partir du croquis suivant :

Croquis de l'atrium en vue de dessus :



Colonnes en maçonnerie dans l'atrium tétrastyle d'une demeure privée à Paestum (Italie). Elles sont faites de briques et leur épiderme, recouvert de stuc, créait l'illusion du marbre.
(Cliché G. Coulon)

Quelle surface peut avoir le nouveau bassin par rapport à la surface du bassin d'origine ?
Expliquez votre réponse à l'aide d'un dessin.

Matériel : énigme projetée au vidéo projecteur (préférable pour les couleurs), écrite au tableau, affichée sur une grande affiche mais aussi distribuée aux élèves individuellement ou par groupe.

Démarche possible :

L'enseignant ne doit donner aucune indication de compréhension excepté les mots qui ne seraient pas compris par les élèves et seulement sur leur demande.

Il est possible réaliser une maquette avec des objets de la classe pour comprendre et visualiser le dispositif des colonnes par rapport au bassin.

1) Les élèves prennent connaissance individuellement de l'énigme.
2) Ils la résolvent en binôme ou en groupe.
3) L'enseignant organise une mise en commun de l'état d'avancée de la recherche, des résultats et procédures. Les affiches-démarches seront présentées en même temps au tableau ce qui ouvrira à de nombreuses discussions afin de valider ou non les propositions des élèves. Il est possible que personne n'ait trouvé de solution avant la mise en commun. Cette dernière phase sera alors l'occasion de trouver de nouvelles pistes pour une éventuelle séance ultérieure.

Pour faciliter le raisonnement, la phase de mise en commun et la visualisation des différents carrés qui peuvent prendre place entre les colonnes, il est possible d'utiliser le vidéoprojecteur et le fichier utilisable sous géogébra (téléchargeable gratuitement). Ce logiciel de géométrie dynamique permet alors de se rendre compte de la position des sommets du nouveau carré et donc de visualiser le rapport de taille avec le bassin d'origine et surtout la manière de le construire.

<u>Solutions possibles :</u>

Il sera intéressant de remarquer ces quelques points :

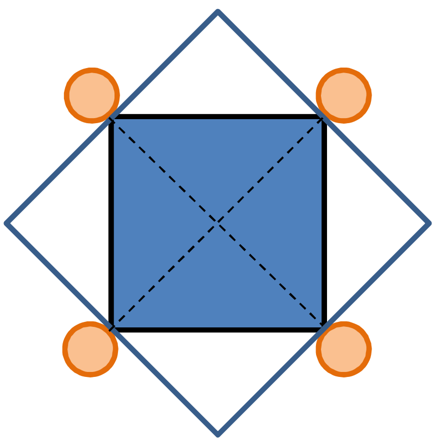
- Pour que le carré soit le plus grand possible il faut que les colonnes soient sur les bords du nouveau bassin.
- Plus les sommets du carré, représentant le nouveau bassin, se rapprochent des médiatrices des côtés du bassin d'origine et plus le nouveau bassin est grand.
- En traçant les diagonales du carré du bassin d'origine on voit apparaître la forme indispensable pour l'agrandir.
- Le découpage du bassin le plus grand en 8 triangles rectangle identiques permet de répondre et de justifier la réponse.
- L'utilisation de Géogébra (logiciel gratuit de géométrie dynamique) permet de visualiser en continue la déformation du nouveau bassin et aide la recherche de l'optimisation de sa taille.

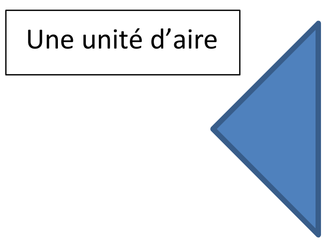
Réponse :

Le plus grand bassin a une surface 2 fois plus grande que la surface du bassin d'origine.

En découpant le carré de départ selon ses diagonales, on voit la forme des extensions qu'il faut creuser sur les côtés du bassin d'origine pour obtenir le nouveau bassin.

En prenant un de ces triangles rectangles comme unité d'aire, le bassin d'origine mesure 4 unités d'aire et le nouveau bassin mesure 8 unités d'aire. Le nouveau bassin est donc bien 2 fois plus grand que le bassin d'origine. La preuve que la surface est optimisée pour un tel carré n'est pas demandée. L'optimisation peut être perçue lors de la manipulation de Géogébra ou par essai successif en traçant des carrés respectant les conditions de Juliette.





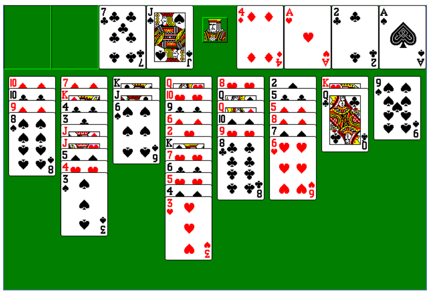
4. Free Cell *(Organisation et gestion des données)*

Domaine : Organisation et gestion de données

Objectif(s) possibles :

- ✓ Savoir s'organiser et coopérer dans un groupe pour résoudre un problème.
- ✓ Elaborer et exécuter une procédure par essais-erreurs afin de résoudre un problème de géométrie en s'appuyant notamment sur le tracé à main levée.
- ✓ Apprécier et justifier la vraisemblance de son résultat.
- ✓ Formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement.
- ✓ Proposer des conjectures et les vérifier et savoir les utiliser.
- ✓ Savoir exploiter les notions de proportionnalité et/ou les représentations de fractions.

Texte de l'énigme :



Benoit joue sur ordinateur au jeu de carte Free Cell (jeu de la famille des réussites).

Au bout de 4 parties, son score enregistré par l'ordinateur est de 50% ; c'est-à-dire qu'il a gagné 2 parties pour 4 parties qu'il a jouées. Par la suite il a gagné toutes les parties.

Combien de parties a-t-il réalisées en tout pour atteindre un score de 75% ?
Expliquez votre réponse.

Matériel : énigme projetée au vidéo projecteur (préférable pour les couleurs), écrite au tableau, affichée sur une grande affiche mais aussi distribuée aux élèves individuellement ou par groupe.

Démarche possible :

L'enseignant ne doit donner aucune indication de compréhension excepté les mots qui ne seraient pas compris par les élèves et seulement sur leur demande. Il est possible de reformuler la notion de pourcentage : « 75% de réussite signifie que pour 100 parties jouées 75 parties ont été gagnées ».
Il est aussi possible de schématiser ce pourcentage en lien avec ce qui aura été abordé avec les fractions : sur une règle graduée, sur un camembert/pizza/horloge. La difficulté est liée au fait qur nous ne connaissons pas le nombre de parties totales jouées par Benoît.

4) Les élèves prennent connaissance individuellement de l'énigme.
5) Ils la résolvent en binôme ou en groupe.
6) L'enseignant organise une mise en commun de l'état d'avancée de la recherche, des résultats et procédures. Les affiches-démarches seront présentées en même temps au tableau ce qui ouvrira à de nombreuses discussions afin de valider ou non les propositions des élèves. Il est possible que personne n'ait trouvé de solution avant la mise en commun. Cette dernière phase sera alors l'occasion de trouver de nouvelles pistes pour une éventuelle séance ultérieure, voire de différer lors des séquence sur les pourcentages si cette notion n'a pas encore été abordé en classe.

Solutions possibles :

Il sera intéressant de remarquer ces quelques points :

- En représentant le pourcentage sous la forme d'un camembert ou d'une bande graduée, on peut rapprocher 75% de ¾ ce qui peut se traduire par 3 parties gagnées sur 4 parties jouées (difficile en élémentaire).
- Le pourcentage peut aussi se traduire par : « Benoît gagne trois fois plus de parties qu'il n'en perd, or il perd 2 parties donc il gagne 6 parties ce qui fait 8 parties jouées.
- L'utilisation d'un tableau peut faciliter la recherche, il faut penser que chaque nouvelle partie est gagné et ne pas oublier les 2 parties perdues : (calcul possible par retour à l'unité voire la règle de trois)

Parties gagnés	2	3	4	5	**6**
Partie jouées	4	5	6	7	**8**
score	50%	60%	~67%	~71%	**75%**

- 75% de réussite peut se traduire par 25% d'échec. 25 parties perdues pour 100 parties jouées impose un coefficient de proportionnalité de 4 donc pour 2 parties perdues benoît doit jouer 4 fois plus de parties en tout sans en perdre plus soit 8 parties (4x2).

Réponse : Benoît doit jouer 8 parties en tout (ou il doit jouer 4 parties de plus sans en perdre).